Hallar espacio nulo (NA), rango de A (r (A)), imagen de A (Im(A)) y una base, para la siguiente matriz A:

Hallar espacio nulo (NA), nulidad de A (r(A)), imagen de A (Im(A)) y una base valida para la siguiente matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Solución ejercicio.

Para la resolución de este ejercicio es necesario tener en claro los conceptos de NA, r(A), Im(A) y base de un espacio vectorial así mismo, los teoremas que los involucran.

Un espacio nulo (NA) es uno o un conjunto de vectores que anula la matriz, es decir, los vectores solución de la matriz. Para que se entienda mejor, haga de cuenta la solución de las variables de una ecuación sencilla, pero en este caso por tratarse de matrices y espacios vectoriales, se hablara de vectores.

NA = todos los vectores X que cumplan: $AX = 0$, es decir, el vector X multiplicado por la matriz debe ser igual a cero.

Para poder aplicar $AX = 0$, la matriz A debe estar expresada como ecuación, es decir, haga de cuenta que está resolviendo un sistema de ecuaciones matricial por gauss jordan.

Pivoteando al máximo la matriz queda como:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A simple vista vemos pivotes para X1, X2, X3. Esta matriz tiene solución infinita.

Ahora si podemos efectuar el producto AX = 0 para hallar el espacio nulo (NA)

Por tratarse de la matriz identidad entonces:

$$NA = GEN \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

r(A) = 0

$$Im(A) = GEN \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$$

p(A) = 3

Como se puede apreciar, es más importante entender la teoría y la aplicación de teoremas, pues los demás es simplemente pivotear una matriz.

☺