Ejercicio - calculo i - Limites.

Hallar el limite de la función:

$$\lim_{x \to 8} \frac{\sqrt{7+\sqrt[3]{x}}-3}{x-8}$$

Antes de resolver límites debemos recordar siempre que es un límite. Un límite es una barrera. ¿Recuerda usted el muro de Berlín? Eso fue un límite que algunos decidieron establecer. Un límite matemático pregunta hasta donde son validos los valores que puede tomar una función con indeterminaciones. Una indeterminación es un error de resultado debido a un cálculo que no es aceptado matemáticamente. Ej. La fracción (2/x) presenta indeterminación cuando se calcula con x tomando el valor de 0, pues, la división por cero no es aceptada ni lógica.

ENTONCES:

"Siempre que te pregunten hallar el límite de una función recuerde que están preguntando cual es el valor máximo que puede tomar la función cuando la variable independiente se acerque al valor que hace indeterminada la función" ya sabes entonces que los limites se usan para resolver indeterminaciones.

Veamos los pasos a seguir para resolver cualquier ejercicio de este tipo:

- Expresar la función como límite y dejarla así hasta el final, es decir, cuando ya se pueda reemplazar el valor que hace indeterminada la función

- Factorizar, realizar artificios matemáticos y simplificar algebraicamente en la medida de lo posible.

- Usar leyes y teoremas de límites

Bien, después de haber seguido estos pasos tendrás en tus manos la solución del límite planteado.

Este ejercicio tiene una particularidad. La función a calcular el límite es una función indeterminada tal que si reemplazamos el valor de x = 0 se presenta la forma de $\frac{0}{0}$
Las indeterminaciones de la forma $\frac{0}{0}$ ó $\frac{\infty}{\infty}$ se resuelven aplicando regla L'Hopital.

La regla L'Hopital dice que si se tiene una indeterminación de la forma $\frac{0}{0}$ ó $\frac{\infty}{\infty}$ entonces el límite es el cociente de las derivadas, es decir, hay que derivar el numerador, luego el denominador y después reemplazar el valor del límite y ¡listo!

ENTONCES:

"Siempre que le pregunten por un límite, haga un cálculo mental para hallar la forma de indeterminación, si es $\frac{0}{0}$ ó $\frac{\infty}{\infty}$ pues aplique regla L'Hopital. Esta regla se puede aplicar cuantas veces sea necesario hasta cancelar ese tipo de indeterminación"

Solución ejercicio.

$$\lim_{x \to 8} \frac{\sqrt{7+\sqrt[3]{x}}-3}{x-8}$$

Al reemplazar el valor de x en la función se obtiene una indeterminación: – Entonces se aplica regla L'Hopital

$$\lim_{x \to 8} \frac{\sqrt{7+\sqrt[3]{x}}-3}{x-8} \overset{\substack{\text{L'H} \\ 0/0}}{=} \lim_{x \to 8} \frac{\frac{1}{2}[7+\sqrt[3]{x}\ .\ \frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}}]^{\frac{-1}{2}}}{1}$$

Observe que en la primera igualdad se informa que se está aplicando la regla de L'Hopital.

Recuerde que $x^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$$\lim_{x \to 8} \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2}[\,7 + \sqrt[3]{x}\;.\;\frac{1}{3}\,x^{\frac{-2}{3}}\,]}}$$

Por último, reemplazando 8 se tiene:

$$\frac{1}{2\sqrt{0.375}}$$ ☺

Conclusión:

Es importante tener en cuenta todos los teoremas, ya que estos son nuestras herramientas. También importante es dar un vistazo global al ejercicio para entenderlo y saber que camino coger para darle solución.